التحميل مجانى

مجلة بغداد للعلوم مجلد 13(2) 2016

DOI: http://dx.doi.org/10.21123/bsj.2016.13.2.0273

تحقيقات في السلوك المميز للنمط الخطي لموجات الايون الصوتية الكمية

رفل هشام جاسم * مصطفى كامل جاسم **

*قسم الفيزياء، كلية العلوم للبنات، جامعة بغداد
**قسم الفيزياء، كلية التربية (ابن الهيثم) للعلوم الصرفة، جامعة بغداد

البريد الالكتروني: tharalmemar@yahoo.com

استلام البحث 20/6/ 2015
قبول النشر 29/9/ 2015

الخلاصة:

تم اشتقاق علاقة التفريق لموجات الايون الصوتية الكمية في النمط الخطي وفقا لنهج يستعمل فيه أنموذج المائع الكمي بالاعتماد على الوصف الحركي لأنظمة الجسيمات المشحونة. ناقشنا علاقة التفريق بتغيير معلماتها ورسمت بيانيا. وجدنا من خلال احد الرسوم البيانية ان هناك اتفاقا تاما مع رسم الدراسات السابقة المتعلقة بموضوع الدراسة. وذلك حفزنا على مناقشة اعتماد علاقة التفريق على المعلمات الاساسية الاصلية التي تدخل ضمنا بالعلاقة والتي تغير من هذه العلاقة بشكل أو بأخر مثل درجة حرارة غاز الكترونات فيرمي والكثافة العددية في حالة التوازن.

الكلمات المفتاحية: علاقة التفريق لموجات البلازما – موجات الايون الصوتية – البلازما الكمية

المقدمة:

تفهم البلازما عموما على انها نظام لعديد من الجسيمات المشحونة، التي تسلك سلوكاً جماعياً بتأثير القوة الكهرومغناطيسية وضعت كلمة "الجماعية" للظواهر المحددة بكل تجمع للجسيمات في النظام. على سبيل المثال ، تكون حركة الموجة في البلازما ذات طابع جماعي. والاتساق-الذاتي (self-consistent) للمجال الكهرومغناطيسي في البلازما هو أيضا نتيجة للصفات الجماعية للنظام ، وهلم جرا. وبطريقة معاكسة، يكون سلوك الغازات المتعادلة أكثر تأثرا بالتفاعلات قصيرة المدى، أو التصادمات [1]. اهتم الباحثون بنماذج النقل الكمية اهتماما كبيرا في العقد الماضي بسبب اهميتها المتعلقة في وصف التأثير الكمي في البلازما وفي الالكترونيات الدقيقة. تتضمن بعض تطبيقات بلازما الكم كلاً من صدى البلازما (plasma echo) وعدم الاستقرارية الكمية لها وديناميكيات الاتساق – الذاتي لغازات فيرمي وغيرها. ففي الالكترونيات الدقيقة تجعل عمليات التصغير الجارية من نماذج النقل الكلاسيكية غير قادرة على التقاط الفيزياء الرئيسه كما في الصمام الثنائي الرنان والاجهزة المتكامله الفائقة. وهذا يحفز على تطوير واستعمال نماذج النقل الكمية لانظمة الجسيمات المشحونة. لقد ركز في العقد الماضي على استعمال الانموذج الهيدروديناميكي الكمي للبلازما واستعماله لدراسة اشباه الموصلات. في هذا الانموذج توصف عملية النقل للشحنة والزخم والطاقة في نظام من الجسيمات المشحونة المتفاعلة من خلال الجهد الكهروستاتيكي المتسق ذاتيا (self-consistent). رياضيا الانموذج الهيدروديناميكي الكمي للبلازما ماهو الا تعميم لانموذج المائع في البلازما التقليدية ولكن يضاف اليه بعض التصحيحات الكمية [2]. في البلازما التقليدية المتكونة من مائع الالكترونات ومائع الايونات تكون كتلة الالكترون اخف كثيراً من كتلة الايون ومن ثم فان نسبة كتلة الالكترون الى الايون تساوي صفراً تقريبا. هذا التقريب يؤدي الى نشوء موجة الايون الصوتية التي تعتمد علاقة التفريق لها على درجة حرارة غاز الالكترونات والايونات وكتلة الايون ومعادلة الحالة للايونات [3].

في هذا البحث افترضنا ان البلازما تتكون من الكترونات وايونات وتمت المعالجة في بعد واحد، وقد اخذ بالحسبان الكمية فيها. وتم التركيز على الخصائص الخطية فقط لعلاقة التفريق الناتجة بإستعمال الانموذج الهيدروداينميكي الكمي. وتم اهمال تأثير الضغط للايونات الثقيلة وأخذ مائع الالكترونات متضمنا درجة حرارة غاز فيرمي. هذا الانموذج العياني يصف سلوك الكميات مثل الكثافة

العددية لكل نوع وغيرها. اما الانموذج المجهري فيأخذ بعين الاهمية زوجاً من معادلات وينكـــر الكمية لكل من الالكترونات والايونات مترافقة مع معادلة بوازون. ومن الجدير بالذكر ان معادلات وينكـــر مماثلة لمعادلة فلاسوف في البلازما التقليدية التي تصف البلازما قليلة – التصادم.

النظرية:

على فرض ان البلازما مكونة الالكترونات والايونات. لذلك يمكننا كتابة معادلة الاستمرارية والحركة لهما في بعد واحد فضلاً عن معادلة بوازون كما يأتي:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(n_e u_e)=0 \;\ldots(1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(n_i u_i)=0 \;\ldots(2)$$

$$\frac{\partial u_e}{\partial t}+u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}=\frac{e}{m_e}\frac{\partial \phi}{\partial x}-\frac{1}{m_e n_e}\frac{\partial P_e}{\partial x}+\frac{\hbar^2}{2m_e^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{n_e}}\frac{\partial^2\sqrt{n_e}}{\partial x^2}\right) \quad \ldots(3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_i\frac{\partial u_i}{\partial x}=-\frac{e}{m_i}\frac{\partial \phi}{\partial x}+\frac{\hbar^2}{2m_i^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{n_i}}\frac{\partial^2\sqrt{n_i}}{\partial x^2}\right) \quad \ldots(4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}=4\,\pi e\,(n_e-n_i) \;\ldots(5)$$

اذ ان $n_e,\ v_e,\ m_e,\ -e$ (وتقابلها بالنسبة للايون $n_i,\ v_i,\ m_i,\ e$) على التوالي هي شحنة الالكترون (الايون)، كتلة الالكترون (الايون)، سرعة الالكترونات (الايون)، والكثافة العددية للالكترونات (الايونات). بينما ϕ هي الجهد الكهروستاتيكي و P_e هي ضغط غاز الالكترونات و $\hbar$ هي ثابت بلانك مقسوما على 2π. ان ضغط غاز الالكترونات يخضع لغاز فيرمي الذي درجة حرارته صفر، اذ يعطى الضغط بالعلاقة الأتية [4]:

$$P_e=\frac{m_e v_{Fe}^2}{3\,n_{e0}^2}n_e^3 \;\ldots(6)$$

اذ ان n_{e0} هي الكثافة العددية عند حالة التوازن للالكترونات وان v_{Fe} هي سرعة غاز فيرمي الالكترونية التي ترتبط مع درجة حرارة غاز فيرمي T_{Fe} بالعلاقة

$$v_{Fe}=(2KT_{Fe}/m_e)^{1/2} \;\ldots(7)$$

اذ ان K ثابت بولتزمان. ان المعادلتين الاخيرتين تتضمنان تأثيرين كميين ؛ هما الاحصاء و الحيود الكميان (quantum statistics and quantum diffraction). والحيود الكمي يتناسب مع $\hbar^2$ بينما الاحصاء الكمي يتضمن ميزة فيرمي للالكترونات (fermionic character of the electrons).

يمكننا اجراء معايرة نظام المعادلات السابقة بوساطة ادخال المتغيرات الأتية [5]

$$n=n_0 N\,,\; X=\frac{\omega_{pi}x}{C_s}\,,\; T=\omega_{pi}t,\quad U=\frac{u}{C_s},\;\; \Phi=\frac{e\phi}{2KT_{Fe}} \qquad \ldots(8)$$

حيث ان

$$c_s=\left(\frac{2KT_{Fe}}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}},\; \omega_{pi}=\left(\frac{4\pi n_{i0}e^2}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} \;\ldots\;(9)$$

حيث تمثل c_s السرعة الكمية للموجات الصوتية للايونات ، و ω_{pi} تمثل تردد ايونات البلازما. كذلك يمكننا ادخال معلمة كمية غير بعدية التي تعطى بالعلاقة [7,6,4]

$$H_e=\frac{\hbar\omega_{pe}}{2KT_{Fe}} \;\ldots(10)$$

اذ تعطى $\omega_{pe}=(4\pi n_0 e^2/m_e)^{1/2}$ وتمثل تردد الالكترونات البلازما. فيزياويا تعرف H_e على انها النسبة ما بين طاقة البلازمون للالكترونات الى طاقة غاز فيرمي للالكترونات. بإستعمال المتغيرات السابقة يمكننا كتابة نظام المعادلات كما يأتي [2]:

$$\frac{\partial N_i}{\partial T}+\frac{\partial}{\partial X}(N_e U_e)=0 \;\ldots\;(11)$$

$$\frac{m_e}{m_i}\left(\frac{\partial U_e}{\partial T}+U_e\frac{\partial U_e}{\partial X}\right)=\frac{\partial \Phi}{\partial X}-N_e\frac{\partial}{\partial X}(N_e)+\frac{H_e^2}{2}\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\frac{\partial^2\sqrt{N_e}}{\partial X^2}}{\sqrt{N_e}}\right)\ldots(12)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial T}+\frac{\partial}{\partial X}(N_i U_i)=0 \;\ldots\;(13)$$

لكون القصور الذاتي للالكترونات يجبر مائع الالكترونات للحفاظ على حالة التوازن، يمكننا اهمال الطرف الايسر من المعادلة (12) بسبب النسبة الصغيرة $m_e/m_i \ll 1$ لذلك تكون المعادلة (12) [2]

$$\frac{\partial U_i}{\partial T}+U_i\frac{\partial}{\partial X}U_i=-\frac{\partial \Phi}{\partial X} \;\ldots(14)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2}=N_e-N_i \;\ldots(15)$$

واذا ما وضعت الشروط الحدودية بحيث ان $N_e=1,\ \Phi=0$ في المانهاية عند اهمال الطرف الايسر من المعادلة (12) لكون ان $m_e/m_i \ll 1$ واجراء التكامل كما يأتي

$$\int\frac{\partial \Phi}{\partial X}dX=\int N_e\frac{\partial N_e}{\partial X}dX-\frac{H_e^2}{2}\int\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\frac{\partial^2\sqrt{N_e}}{\partial X^2}}{\sqrt{N_e}}\right)dX$$

$$\Phi=\frac{N_e^2}{2}-\frac{H_e^2}{2}\frac{1}{\sqrt{N_e}}\frac{\partial^2\sqrt{N_e}}{\partial X^2}+C$$

$$0=\frac{1}{2}+C$$

$$\Phi=-\frac{1}{2}+\frac{N_e^2}{2}-\frac{H_e^2}{2\sqrt{N_e}}\,\frac{\partial^2\sqrt{N_e}}{\partial X^2} \;\ldots(16)$$

لذلك توفر المعادلات (13– 16)الانموذج المختزل من اربع معادلات فيها اربع كميات مجهولة هي N_e ، U_i, N_i, Φ ان الحل الرياضي لهذه المعادلات يعطي موجات خطية حول حالة توازن متجانسة $N_e = N_i = 1$ و $U_i = 0$ و $\Phi = 0$ ؛ بأجراء العملية الخطية على هذه المعادلات كما هو مألوف ، بحيث تفصل المتغيرات التابعة الى قسمين احدهما هو جزء التوازن (0) والاخر مضطرب (1) كماياتي:

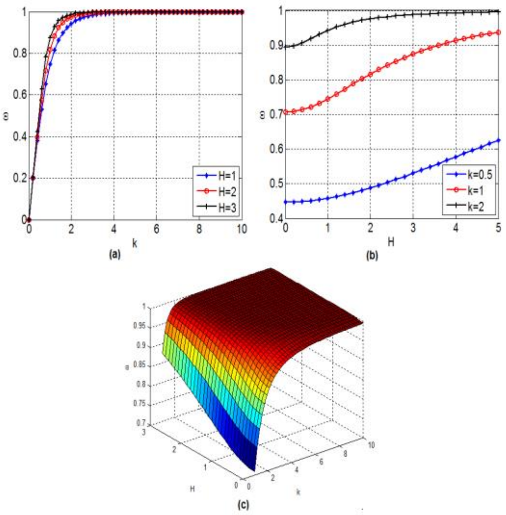
$n = n_0 + n_1$, $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1$,
$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$

واجراء تحويل فوريه على الكميات المتذبذبة التي تفرض غالباًعلى شكل جيب – جيب تمام $n_1 = n_1 e^{i(kx-\omega t)}$ $\mathbf{v}_1 = v_1 e^{i(kx-\omega t)}\hat{\mathbf{x}}$ $\mathbf{E}_1 = E_1 e^{i(kx-\omega t)}\hat{\mathbf{x}}$

ان حل مجموعة المعادلات الخطية الناتجة يعطي علاقة التفريق لموجات الايون الصوتية الكمية الخطية [2]

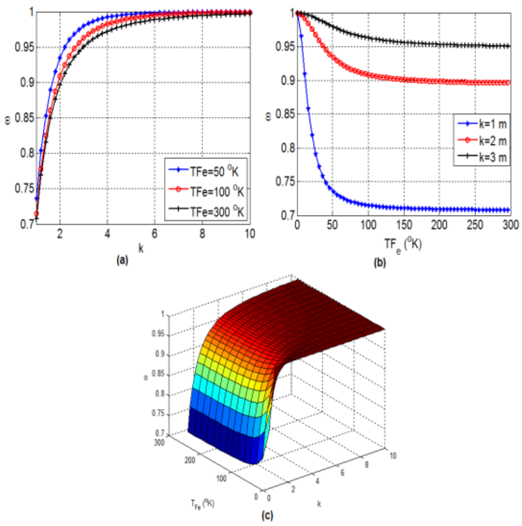
$$\omega = \sqrt{\frac{k^2(1+H^2k^2/4)}{1+k^2(1+H^2k^2/4)}} \quad \dots \quad (17)$$

المناقشة:



شكل (1): (a) يوضح علاقة التفريق لقيم مختلفة من المعلمة الكمية H . (b) يبين تأثير زيادة المعلمة الكمية H في التردد المعاير. (c) رسم ثلاثي يوضح التأثيرين في كل من (a) و (b).

تصف المعادلة (17) النظير الكمي لنمط موجة الايون الصوتية الكلاسيكية بوجود حد جديد مضاف هو السرعة الصوتية الكمية و حد تصحيح لتأثيرات الحيود الكمية. وتبعا لذلك نسمي هذا الحل بنمط الايون الصوتي الكمي. ومثلما هي الحالة لموجات الايون الصوتية في البلازما الكلاسيكية فأن هذا النمط يوضح تذبذبات كل من الايونات والالكترونات عند الترددات المنخفضة. في الجانب الأخر، القيم العالية من العدد الموجي، تعطي علاقة التفريق تذبذبات الموجة عند تردد ايون البلازما. يبين الشكل (1a) علاقة التفريق المعايرة لنمط موجة الايون الكمية لقيم مختلفة من H . تشترك كل قيم المعلمة H عند القيم الصغيرة العدد الموجي يكون بالخط المستيقم نفسةولكنها تشرع بالافتراق كلما زاد العدد الموجي ، اذ يستمر الخط المستقيم للقيم العالية من H في زيادة خطية قبل ان يميل اسيا عند اقصى قيمة للتردد المعاير العليا. ان كل قيم المعلمة H تتلاقى مرة اخرى عند اقصى قيمة من التردد المعاير عند زيادة العدد الموجي. من الممكن ملاحظة ان القيمة المقاربة تكون عندما $\omega = 1$ وتصل بصوره اسرع عندما تكون هناك تأثيرات للحيود الكمي. ان الرسم البياني (1a) يتطابق كليا مع الشكل (1) في المصدر [2] وان استعملت قيم H مختلفة. أما الشكل (1b) فانه يوضح تأثير زيادة المعلمة H في التردد المعاير لقيم مختارة من العدد الموجي. من الواضح ان القيم الصغيرة من H تعطي منحنى يكون فيه قيم التردد المعاير اقل من تلك للقيم الاعلى من H . والشكل (1c) رسم ثلاثي يوضح كيف تتغير علاقة التفريق بوجود المعلمة H . فكلما زادت قيم العدد الموجي k عند القيم الصغيرة منها تزداد ω خطيا ثم لا تلبث ان تكون الزيادة اسية ومن ثم خطية موازية لمحور العدد الموجي عند اعلى قيمة للتردد المعاير. لذلك نجد ان الانموذج الهيدروداينميكي الكمي لا يصلح عند القيم العالية من العدد الموجي. وتأثير زيادة المعلمة H في علاقة التفريق هو ازاحة علاقة التفريق لتكون الخطية عند قيم اكبر من العدد الموجي. ولتصل الى القيمة الاقصى من التردد لتكن المعاير عند قيم صغيرة من العدد الموجي.

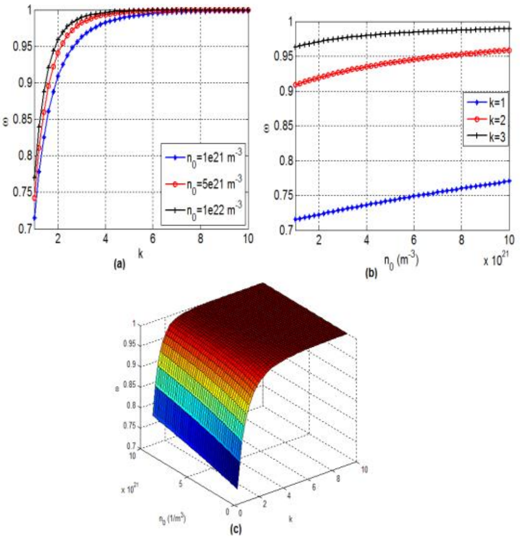


شكل (2): (a) يوضح علاقة التفريق لقيم مختلفة من درجة حرارة غاز الكترونات فيرمي. (b) يبين تأثير زيادة درجة حرارة غاز الكترونات فيرمي في التردد لقيم مختلفة من العدد الموجي. (c) رسم ثلاثي يوضح تأثير تغير كل من درجة حرارة غاز الكترونات فيرمي والعدد الموجي في التردد.

اذا ما أعدنا تقديم المتغيرات الفيزيائية الأصلية الداخلة في علاقة التفريق، فأن الموجة ستنتشر بسرعة

الايون الصوتية الكمية C_s . تم التحقق من تأثير درجة حرارة غاز فيرمي للالكترونات في علاقة التفريق كما في الشكل (2)، نجد انه ليس هناك تأثير لهذه الدرجة الحرارية عند القيم الكبيرة نسبيا. بينما عند القيم الصغيرة من T_{Fe} فأن علاقة التفريق لا تسلك هذا المنحى ، وانما هناك سلوك أسي.

الشكل (2a) يبين علاقة التفريق لقيم متعددة من درجة حرارة غاز الكترونات فيرمي. لكون ان المعلمة الكمية H تتناسب عكسيا مع TF_e فأن منحنيات دالة التفريق تسلك التصرف نفسه كما في الشكل (1a) ولكن هنا درجات الحرارة لغاز الكترونات فيرمي الأقل هي من تصل الى قيمة المقاربة عند $\omega = 1$ أولا. من جانب اخر الشكل (2b) يوضح علاقة TF_e مع تردد موجة الايون الصوتية. في درجات الحرارة الواطئة يتناقص التردد من اقصى قيمة له عند $\omega = 1$ معتمدا في ذلك على قيم العدد الموجي للموجة. وكلما زادت قيمة TF_e تقل قيمة تردد الموجة ومن ثم يستقر التردد عند قيمة ثابتة تعتمد على العدد الموجي لموجة الايون الصوتية في بلازما الكم. اما الشكل (2c) فهو رسم ثلاثي تشترك فيه علاقة التفريق مع درجة حرارة غار الكترونات فيرمي عند قيمة محددة من الكثافة العددية في حالة التوازن. يلاحظ انثناء عند درجات حرارة الكترونات فيرمي الواطئة في سطح الرسم الثلاثي ، بينما عند الدرجات الحرارية الاعلى لا يوجد تأثير مباشر في السطح المرسوم كما ذكرسابقاً. لذلك يبدو ان التأثيرات الكمية تؤدي دورا واضحا عند درجات الحرارة الواطئة لغاز الكترونات فيرمي اكثر من منها عند الدرجات الحرارية الاعلى.



شكل (3): (a) يوضح علاقة التفريق لقيم مختلفة من الكثافة العددية. (b) يبين تأثير زيادة الكثافة العددية على التردد لقيم مختلفة من العدد الموجي. (c) رسم ثلاثي يوضح تأثير تغير كل من الكثافة العددية والعدد الموجي في التردد كما في (a) و (b).

الشكل (3a) يوضح علاقة التفريق لقيم متعددة من الكثافة العددية عند حالة التوازن. يلاحظ ان التصرف هو التصرف السابق نفسه فيما عدا ان زيادة الكثافة العددية تؤدي الى ازاحة التردد الى القيم العليا اذ القيمة المقاربة. في الشكل (3b) رسم التردد الزاوي كدالة للكثافة العددية في حالة التوازن ولقيم متعددة من العدد الموجي. ان القيم العالية من الكثافة العددية تؤدي الى قيم عالية من التردد الزاوي ، وبشكل عام لا تبدو العلاقة بين الكثافة العددية والتردد على انها خطية في القيم الاعلى للكثافة العددية. في الشكل (3c) رسم ثلاثي لعلاقة التردد مع كل من العدد الموجي والكثافة العدديةالمتغيرين.

الاستنتاجات:

تم التحقق من علاقة التفريق لموجات الايون الصوتية الكمية بتغيير المعلمة الكمية H . في منحنيات علاقة التفريق لقيم مختلفة من H نجدها تشترك في المنحنى نفسه لقيم صغيرة من k ولكنها تفترق بزيادة العدد الموجي متزايدة بشكل اسي وتصل لخط مستقيم جميعا عند اعلى قيمة لـ ω نتجة تأثيرات للحيود الكمي . وتعد هذه النتيجة في تطابق تام مع الدراسات السابقة [2]. ان تأثير زيادة المعلمة H في علاقة التفريق هو لازاحة العلاقة لتكون الخطية عند قيم اكبر من k. ولتصل الى القيمة الاقصى من ω عند قيم صغيرة من k. تم التحقق من بعض المتغيرات التي تؤثر في المعلمة الكمية H والتي تغير من صفات الموجة مثل درجة حرارة غاز الكترونات فيرمي والكثافة العددية في حالة التوازن. ولكون ان المعلمة الكمية H تتناسب عكسيا مع TF_e فأن منحنيات دالة التفريق تسلك التصرف السابق نفسه بحيث تصل منحنيات درجات الحرارة لغاز الكترونات فيرمي الأقل الى قيمة المقاربة عند $\omega = 1$ أولا. وكلما زادت قيمة TF_e تقل قيمة تردد الموجة ومن ثم يستقر التردد عند قيمة ثابتة تعتمد على العدد الموجي لموجة الايون الصوتية في بلازما الكم. ودرست علاقة التفريق لقيم متعددة من الكثافة العددية عند حالة التوازن. لقد وجد ان زيادة الكثافة العددية تؤدي الى ازاحة التردد الى القيم العليا اذ القيمة المقاربة لـ $\omega = 1$. وبشكل عام لا تكون العلاقة بين الكثافة العددية والتردد خطية في القيم الاعلى للكثافة العددية.

المصادر:

[1] Haas, F.; 2011. Quantum Plasmas: an Hydrodynamic Approach. Springer Science.

[2] Haas, F.; Garcia, L. G.; Goedert, J.; and Manfredi, G.; 2003. Quantum ion-acoustic waves. Physics of Plasmas, 10 (10): (3858 - 3866).

relativistic plasma. Pramana–J. Phys., 76(76): (933–944).
[6] Taibany, W. F. El.; Wadati, M.; 2007. Nonlinear quantum dust acoustic waves in non-uniform complex quantum dusty plasma. Physics of Plasmas 14(14): (042302 – 1- 9).
[3] Chen, F. F.; 1984. Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion. Plenum Press.
[4] Khan, S. A.; 2009. Quantum Effects on Low Frequency Waves in Dense Plasmas. Ph. D. Thesis, COMSATS Institute of Information Technology Islamabad Pakistan, page 58.
[5] Sahu, B.; 2011. Quantum ion-acoustic solitary waves in weak

Investigations about the characteristic behavior of the linear mode of quantum acoustic waves ion

Rafal H. Jassim* ***Mustafa K. Jassim*****

* Department of Physics, College of Science for Women, University of Baghdad.
**Department of Physics, College of Education (Ibn Al-Haitham) for Pure Science, University of Baghdad

Received 20/4/ 2015
Accepted 29/9/ 2015

Abstract:

The dispersion relation of linear quantum ion acoustic waves is derivate according to a fluid approach that depends on the kinetic description of the systems of charged particles model. We discussed the dispersion relation by changing its parameters and graphically represented. We found through graphs that there is full agreement with previous studies on the subject of interest. That motivates us to discuss the dispersion relation of waves depending on the original basic parameters that implicitly involved in the relationship which change the relationship by one way or another, such as electron Fermi temperature and the density at equilibrium state.

Key words: Dispersion of Plasma Waves, Quantum Acoustic Ion Wave, Quantum Plasma