DOI: http://dx.doi.org/10.21123/bsj.2017.14.2.0328

تحسين آلية الحل لطريقة كاوس سيدل (Gauss - Seidel)

مدرس مساعد قاسم عباس داود

قسم تقنيات المكائن والمعدات، معهد التكنولوجيا، بغداد، العراق.

البريد الالكتروني: qassim_abbass@yahoo.com

استلام البحث 2016/10/12
قبول النشر 2017/1/16

الخلاصة:

في هذا البحث تم اقتراح اسلوب حل جديد لطريقة كاوس سيدل (Gauss - Seidel) وذلك من خلال التحكم بإعادة تركيب المعادلات قبل بدأ الحل بالطريقة التقليدية، يتم التركيب الجديد للمعادلات بعد تشخيص العنصر المسبب لتذبذب النتائج وبطأ استخراج النتائج، ثم استئصال هذا العنصر.

يؤدي هذا الاجراء الى الحصول على دقة أعلى وعدد خطوات أقل من الطريقة السابقة. وبالطريقة المقترحة تتوفر امكانية حل العديد من المعادلات ذات القيم المتباعدة أيضاً (divergent values equations) والتي لا يمكن حلها بالأسلوب القديم.

الكلمات المفتاحية : كاوس– سيدل، تحليل عددي، المعادلات الجبرية.

مشكلة البحث :

إن طريقة كاوس سيدل (Gauss - Seidel) من الطرائق الرقمية [1] المستعملة لدى الباحثين [2] وطلبة الدراسات الجامعية الأولية والعليا لإيجاد حلول بعض الحالات للمعادلات الخطية من الدرجة الأولى التي لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية، ولكن الحل بهذه الطريقة يتطلب احياناً العديد من الخطوات الكثيرة وهنالك بعض المعادلات التي لا يمكن حلها وفق هذه الطريقة وهي المعادلات المتباعدة (divergent equations) [3]. لذلك تم اقتراح طريقة جديدة للحل وبعدد خطوات أقل وبهذه الطريقة يمكن حل بعض المعادلات المتباعدة أيضاً.

المقدمة :

يتم حل المعادلات الخطية من الدرجة الأولى باستعمال طريقة كاوس سيدل (Gauss - Seidel) وفق الخطوات التالية :-[4] [5] [6]

1 - ترتيب المعادلات متعددة الحدود من الدرجة الاولى بحسب القطر الاكبر.

$$5X_1 + 4X_2 - X_3 = 10 \dots (1)$$
$$X_1 - 6X_2 - 3X_3 = 8 \dots (2)$$
$$-3X_1 + X_2 + 4X_3 = 11 \dots (3)$$

2– يتم افتراض قيمة أولية للمتغيرات.

$$X_1 = X_2 = X_3 = 0$$

3 - يتم استعمال هذه القيم المفروضة لإيجاد قيم جديدة للمتغيرات تكون اكثر دقة من القيم السابقة، وفق الآلية التالية.

$$X_1^{(k+1)} = \frac{1}{5}\left(10 - 4X_2^k + X_3^k\right)\dots \quad (1)$$
$$X_2^{(k+1)} = \frac{1}{-6}\left(8 - X_1^{(k+1)} + 3X_3^k\right)\dots (2)$$
$$X_3^{(k+1)} = \frac{1}{4}\left(11 + 3X_1^{(k+1)} - X_2^{(k+1)}\right)\dots (3)$$

No.	X_1	€1%	X_2	€2%	X_3	€2%
0.	0	-----	0	-----	0	-----
-1	2	100	-1	100	4.5	100
-2	3.7	45.945	-2.96667	66.292	6.26667	28.191
-3	65.6266	34.241	-3.52889	15.931	7.85221	20.192
-4	56.3935	11.994	-4.19385	15.855	8.59362	8.627
-5	07.0738	9.616	-4.45118	5.781	9.16814	6.266
-6	77.3945	4.337	-4.68498	4.990	9.46717	3.158
-7	417.641	3.230	-4.79335	2.260	9.67939	2.192
-8	57.7705	1.661	-4.87794	1.734	9.79739	1.204
-9	837.861	1.161	-4.92173	0.889	9.87680	0. 804
-10	47.9127	0.643	-4.95295	0.630	9.92279	0.463
-11	17.9469	0.429	-4.97025	0.348	9.95274	0.300
-12	47.9667	0.248	-4.98192	0.234	9.97053	0.178
-13	47.9796	0.161	-4.98866	0.135	9.98189	0.113
-14	7.98732	0.095	-4.99307	0.088	9.98874	0.068
-15	7.99220	0.061	-4.99567	0.052	9.99306	0.043
-16	7.99514	0.036	-4.99735	0.033	9.99569	0.026
-17	7.99701	0.023	-4.99835	0.020	9.99734	0.016
-18	7.99814	0.014	-4.99898	0.012	9.99835	0.010
-19	7.99885	0.009	-4.99937	0.007	9.99898	0.006
-20	7.99929	0.005	-4.99961	0.004	9.99936	0.003

يمثل (k+1) عملية التعويض للمرحلة الحالية، والرمز (k) عملية التعويض للمرحلة السابقة.

4 – تُكرر عملية التعويض بالقيمة الأحدث لايجاد القيمة التي تليها لتقترب النتيجة شيئاً فشيئاً من الحل الحقيقي وحتى تتحقق الدقة المطلوبة في الحل.

$$\text{نسبة الخطأ} = \frac{\text{القيمة الحالية} - \text{القيمة السابقة}}{\text{القيمة الحالية}} * 100\ \% \quad [7]$$

الطريقة المقترحة:

توجد ثلاث معاملات رئيسة تمثل عناصر التحكم في الحل بطريقة كاوس _ سيدل وهذه المعاملات هي معامل العرقلة والتشويش، ومعامل الدقة، ومعامل التسريع، ولكل واحدة من هذه المعاملات تأثيرها باتجاه معين ولكلٍ منها بحثه الخاص، وفي هذا البحث سيتم بحث معامل العرقلة والتشويش .

معامل العرقلة والتشويش :

يُعد هذا المعامل المسبب الرئيس لحالة التذبذب والتباعد في النتائج، وقبل أن نبدأ بشرح الطريقة لابد من تعريف معامل العرقلة والتشويش.

ليكن لدينا النظام $Ax = b$ نظام معادلات خطية من الرتبة n إذ :

$A = (a_{ij})_{n\times n}$ و $x = (x_i)_{1\times n}$ و $b = (b_j)_{1\times n}$ إذ $j , i = 1, 2 , ….. , n$

يُعَرّف عنصر العرقلة والتشويش في المصفوفة A للصف i بأنه العنصر $a_{i,i+1}$ إذ $i \neq n$ و $a_{1,n}$ عندما $i = n$ ، أي أن:

$$\text{عنصر العرقلة والتشويش للصف } i = \begin{cases} a_{i,i+1} & , i \neq n \\ a_{1,n} & , i = n \qquad , \forall\, i = 1,2,\dots,n \end{cases}$$

خوارزمية الطريقة المحسنة:

الخطوة الأولى : تعيين عنصر العرقلة والتشويش لكل صف.

الخطوة الثانية : نجد قوة تأثير معامل العرقلة والتشويش لكل صف:

$$\text{قوة تأثير معامل العرقلة والتشويش للصف } i = \begin{cases} \left|\dfrac{a_{i,i+1}}{a_{i,i}}\right| & , i \neq n \\[2ex] \left|\dfrac{a_{1,n}}{a_{n,n}}\right| & , i = n \quad , \forall\, i = 1,2,\dots,n \end{cases}$$

الخطوة الثالثة : نختار المعادلة ذات معامل العرقلة والتشويش الأقوى.

الخطوة الرابعة : نحذف عنصر التشويش من المعادلة التي تم اختيارها في الخطوة الثالثة وذلك من خلال المعالجات الرياضية البسيطة (العمليات الأربع) مع إحدى المعادلات أو أكثر مع مراعاة ما يلي:

- يبقى العدد المرافق للعنصر المراد ايجاد قيمته هو الاكبر.

- تقليل قيم باقي الأعداد المرافقة للعناصر في المعادلة ما أمكن ذلك.

الخطوة الخامسة: نعيد حل المسألة بعد إزالة عنصر التشويش باستعمال طريقة كاوس سيدل.

ومن أجل إيضاح الفكرة سيتم إعادة حل المثال السابق وفق الطريقة المقترحة و وفق الخطوات التالية:

1 – يتم تعيين العنصر الذي يسبب العرقلة والتشويش، وهو العنصر الذي يلي المتغير المطلوب ايجاد قيمته في المعادلة.

ففي المثال السابق :

- عنصر التشويش والعرقلة في المعادلة الاولى هو ($4X_2$).
- عنصر التشويش والعرقلة في المعادلة الثانية هو ($- 3X_3$).
- عنصر التشويش والعرقلة في المعادلة الثالثة هو ($- 3X_1$).

2- نجد قوة تأثير معامل التشويش المطلقة وذلك بقسمة العدد المرافق لعنصر التشويش على العدد المرافق للعنصر المراد ايجاد قيمته في المعادلة مع أهمال الاشارة الموجبة أو السالبة.

المعادلة الأولى $= \frac{4}{5} = 0.8$، المعادلة الثانية $= \frac{3}{6} = 0.5$، المعادلة الثالثة $= \frac{3}{4} = 0.75$

3- نختار المعادلة ذات معامل التشويش الأقوى (النسبة الأكبر لعنصر التشويش)، وفي هذا المثال كانت المعادلة الأولى لأن نسبة معامل التشويش كانت (0.8).

4 - نحذف عنصر التشويش في المعادلة الأولى وذلك من خلال المعالجات الرياضية البسيطة (العمليات الاربع) مع احدى المعادلات أو أكثر مع مراعاة ما يلي:-

- يبقى العدد المرافق للعنصر المراد ايجاد قيمته هو الاكبر.
- تقليل قيم باقي الأعداد المرافقة للعناصر في المعادلة ما أمكن ذلك.

5 – في المثال الحالي سيتم حذف العنصر (X_2) من المعادلة الأولى وذلك بجمعها مع المعادلة الثانية بعد ضرب المعادلة الأولى بالعدد (3) وضرب المعادلة الثانية بالعدد (2) وكما يلي:

$$15X_1 + 12X_2 - 3X_3 = 30$$

بالجمع $2X_1 - 12X_2 - 6X_3 = 16$

$$17X_1 + 0 \quad - 9X_3 = 46$$

... معادلة (1) الجديدة

6 – سنعيد حل المثال بعد أن تم إزالة عنصر التشويش وبالأسلوب السابق نفسه لطريقة كاوس سيدل (Gauss Seidel).

No.	X_1	€$_1$%	X_2	€$_2$%	X_3	€$_2$%
0.	0	----	0	----	0	----
1	2.70588	100	-0.88235	100	5.00000	100
2	5.35294	49.450	-2.94118	69.999	7.50000	33.333
3	6.67647	19.823	-3.97059	25.925	8.75000	14.285
4	7.33823	9.017	-4.48530	11.475	9.37499	6.666
5	7.66911	4.314	-4.74265	5.426	9.68749	3.225
6	7.83455	2.111	-4.87132	2.641	9.84374	1.587
7	7.91727	1.044	-4.93566	1.303	9.92186	0.787
8	7.95863	0.519	-4.96783	0.647	9.96092	0.392
9	7.97931	0.259	-4.98391	0.322	9.98046	0.195
10	7.98965	0.129	-4.99196	0.161	9.99022	0.097
11	7.99482	0.064	-4.99598	0.080	9.99511	0.048
12	7.99741	0.032	-4.99799	0.040	9.99755	0.024
13	7.99870	0.016	-4.99900	0.020	9.99877	0.012
14	7.99934	0.008	-4.99950	0.010	9.99937	0.006
15	7.99966	0.004	-4.99975	0.005	9.99968	0.003

ومن مقارنة الحل بالطريقتين نجد أنه باستعمال الطريقة المقترحة فأن عدد خطوات الحل قد انخفضت بنسبة 30% وبدقة أعلى أيضاً.

الطريقة المقترحة أسرع من طريقة الاسترخاء (relaxation method) [8][9] والتي تستعمل احياناً لتسريع الحل لطريقة كاوس سيدل.

مثال (2): لدينا ثلاث معادلات والمطلوب ايجاد قيم المتغيرات بطريقة كاوس سيديل (Gauss Seidel).

$$2X_1 - X_2 + X_3 = 12 \ldots \ (1)$$
$$X_1 + 3X_2 - 2X_3 = 3 \ldots \ (2)$$
$$X_1 + 2X_2 + 4X_3 = 25 \ldots (3)$$

وعند الحل بالطريقة التقليدية بعد ترتيب المعادلات حسب القطر الاكبر كانت النتائج كما يلي:

No.	X_1	€$_1$	X_2	€$_2$	X_3	€$_2$
0.	0	----	0	----	0	----
.1	6	100	-1	100	5.25	100
.2	2.875	108.695	3.54166	128.235	3.76042	39.612
.3	5.89062	51.193	1.5434	129.471	4.00564	6.121
.4	4.76888	23.522	2.08079	25.826	4.01738	0.292
.5	5.03170	5.223	2.00102	3.986	3.99156	0.646
.6	5.00473	0.538	1.99279	0.412	4.00242	0.271
.7	4.99518	0.191	2.00321	0.520	3.99959	0.070
.8	5.00181	0.132	1.99912	0.204	3.99998	0.009
.9	4.99957	0.044	2.00013	0.050	4.00004	0.001
.10	5.00004	0.009	2.00001	0.005	3.99998	0.001

إعادة حل المثال بالطريقة المقترحة:

بعد أن يتم تعيين وحذف العنصر الذي يسبب العرقلة والتشويش، وهو العنصر (X_3) من المعادلة الثانية ، نعيد حل المثال وبالأسلوب السابق نفسه لطريقة كاوس سيدل.

$$2X_1 - X_2 + X_3 = 12 \ldots (1)$$
$$3X_1 + 8X_2 = 31 \ldots (2)$$
$$X_1 + 2X_2 + 4X_3 = 25 \ldots (3)$$

No.	X_1	$€_1$	X_2	$€_2$	X_3	$€_2$
0.	0	----	0	----	0	----
.1	6	100	1.625	100	3.9375	100
.2	4.84375	23.87	2.05859	21.062	4.00976	1.802
.3	5.02441	3.595	1.99084	3.403	3.99847	0.282
.4	4.99618	0.565	2.00143	0.529	4.00024	0.044
.5	5.00059	0.088	1.99977	0.083	3.99996	0.007
.6	4.9999	0.013	2.00003	0.012	4.0000	0.000

ومن مقارنة الحل بالطريقتين لهذا المثال أيضاً نجد بأن عدد خطوات الحل بالطريقة المقترحة انخفض بنسبة 40% والدقة صارت 100% لقيمة المتغير X_3 ودقة أعلى للمتغيرين X_1, X_2.

- حل المعادلات المتباعدة (divergent equations) التي لا يمكن حلها بالطريقة التقليدية.

لدينا المثال التالي ويمثل أنموذجاً من المعادلات المتباعدة (diverge).

$$0.2425X_1 - 0.9701X_3 = 247 \ldots\ (1)$$
$$0.2425X_2 - 0.9701X_3 = 248 \ldots\ (2)$$
$$-0.2357X_1 - 0.2357X_2 - 0.9428X_3 = 239 \ldots (3)$$

سيتم ترتيب المعادلات بحسب الطريقة التقليدية ثم نجد قيم المتغيرات

$$X_1 = \frac{1}{0.2425}(247 - (-0.9701)X_3) \ldots (1)$$
$$X_2 = \frac{1}{0.2425}(248 - (-0.9701)X_3) \ldots\ (2)$$
$$X_3 = \frac{1}{-0.9428}(239 - (-0.2357)X_1 - (-0.2357)X_2) \ldots\ (3)$$

No.	X_1	$€_1$%	X_2	$€_2$%	X_3	$€_2$%
0.	10	----	10	----	10	----
.1	1058.5	99.05	1062.6	99.058	-783.81	101.275
.2	-2117.0	150.00	-2112.9	150.291	803.98	197.499
.3	4234.4	149.99	4238.6	149.849	-2371.8	133.894
.4	-8469.7	149.99	-8465.5	150.069	3980.2	159.589
.5	16940.9	149.99	16945.1	149.958	-8725.1	145.617
.6	-33885.5	149.99	-33881.4	150.012	16688.2	152.283
.7	67778.2	149.99	67782.9	149.985	-34143.7	148.876
.8	-135570.4	149.99	-135566.2	149.999	67530.6	150.56
.9	271168.8	149.99	271172.9	149.992	-135839	149.713
.10	-542393.5	149.99	-542389.4	149.995	270942.2	150.135
.11	1084899	149.99	1084903.2	149.994	-542704.1	149.924

وكما نرى من خلال حل المثال فأن نسبة الخطأ عالية جداً ولانصل للحل الصحيح لأن القيم تتباعد مع الاستمرار في الحل.

إعادة حل المثال بالطريقة المقترحة:

1 – يتم تعيين العنصر الذي يسبب العرقلة والتشويش، وهو العنصر الذي يلي المتغير المطلوب ايجاد قيمته في المعادلة، ففي المثال المعطى:

- في المعادلة الاولى لا يوجد عنصر تشويش وعرقلة ولكن مرافق العنصر الثالث أكبر من مرافق العنصر المراد إيجاد قيمته.
- في المعادلة الثانية عنصر التشويش والعرقلة هو ($0.9701\ X_3$).
- في المعادلة الثالثة عنصر التشويش والعرقلة هو ($0.2357\ X_1$).

نُقَسِّم العدد المرافق لعنصر التشويش على العدد المرافق للعنصر المراد ايجاد قيمته في المعادلة مع أهمال الاشارة الموجبة أو السالبة.

المعادلة الأولى = $\frac{0}{0.242} = 0.0$, المعادلة الثانية = $\frac{0.970}{0.242} = 4.0$, المعادلة الثالثة = $\frac{0.9428}{0.2357} = 4.0$

2 – نرى بأن عنصر التشويش قد بلغت نسبته (4) أربعة وفي معادلتين. ووجود هذه النسبة المرتفعة التي هي أكثر من (1) واحد في أكثر من معادلة هو الذي يجعل الحل ممتنعاً. لذلك يجب أن تتركز العمليات التحضيرية على التقليل من المرافقات في المعادلات لتصبح قيمها أقل من المرافق للعنصر الرئيسي لكل معادلة. وحذف أحد عناصر التشويش إن أمكن.

ملاحظة: إنَّ وجود عنصر تشويش واحد فقط بنسبة عالية في جميع المعادلات قد يجعل الحل ممكناً بالطريقة التقليدية ولكن بعدد خطوات أكثر.

3 – نعيد معالجة المعادلات المعطاة في المثال مع مراعاة ما ورد في الفقرة (2) السابقة للمحافظة على شرطي المرافق الاكبر وتقليل باقي المرافقات قدر الامكان وكما يلي:

$$0.2425X_1 + 0.00X_2 - 0.9701X_3 = 247 \ldots (1)$$
بالطرح $$+0.2357X_1 + 0.2357X_2 + 0.9428X_3 = -239 \ldots (3)$$

معادلة (1) الجديدة ... $$0.4782X_1 + 0.2357X_2 - 0.0273X_3 = 8$$

$$0.2425X_1 - 0.9701X_3 = 247 \ldots (1)$$
بالطرح $$-\ 0.2425X_2 + 0.9701X_3 = -248 \ldots (2)$$

معادلة (2) الجديدة ... $$0.2425X_1 - 0.2425X_2 = -1$$
$$0.2425X_2 - 0.9701X_3 = 248 \ldots (3)$$

4- سيتم ترتيب المعادلات بحسب الطريقة التقليدية ثم نجد قيم المتغيرات

$$X_1 = \frac{1}{0.4782}(8 - 0.2357X_2 + 0.0273X_3) \ldots (1)$$
$$X_2 = \frac{1}{0.2425}(1 + 0.2425X_1) \ldots (2)$$
$$X_3 = \frac{1}{-0.9701}(248 - 0.2425X_2) \ldots (3)$$

X1= X2 = X3 = 10

No.	X_1	€$_1$%	X_2	€$_2$%	X_3	€$_2$%
0	10	-----	10	-----	10	-----
-1	713912.3	619.	495116.	39.4	-251.5204	103.975
-2	5994-5.7	8315.7	3623-1.6	1108.116	-256.05277	1.770
-3	18062.9	38297.	41777.0	123.236	-253.88349	0.845
-4	540-1.23	2366.	88312.8	143.802	-254.92175	0.407
-5	2530.75	16264.	6244.87	40.767	-254.42482	0.195
-6	893-0.19	28.784	4783.92	24.242	-254.66266	0.093
-7	6450.25	57177.	80164.3	10.396	-254.54883	0.044
-8	500.038	1.656	4.16248	5.236	-254.60331	0.021
-9	820.142	04.37	4.26640	2.445	-254.57723	0.010
-10	890.092	7553.	4.21666	1.184	-254.58971	0.004
-11	80.1167	520.4	4.24047	0.563	-254.58374	0.002
-12	50.1053	410.8	4.22907	0.270	-254.58660	0.001
-13	0.11082	34.9	4.23453	0.129	-254.58523	0
-14	00.1082	22.4	4.23192	0.061	-254.58588	0
-15	0.10946	51.1	4.23317	0.029	-254.58557	0
-16	50.1088	60.5	4.23257	0.014	-254.58572	0
-17	0.10914	0.26	4.23286	0.006	-254.58565	0
-18	0.10901	10.1	4.23272	0.003	-254.58568	0
-19	0.10907	0.05	4.23278	0.001	-254.58567	0
-20	0.10904	0.02	4.23275	0	-254.58567	0
-21	50.1090	0	4.23276	0	-254.58567	0

ويتضح من خلال حل المثال بأن الطريقة المقترحة يمكن من خلالها حل بعض المعادلات ذات القيم المتباعدة (divergent equations) التي بات حلها مستحيلاً بحسب الطريقة التقليدية، ففي الطريقة المقترحة يُلاحظ بأن النتائج تقترب شيئاً فشيئاً حتى تصل الى القيمة الحقيقية في الخطوة التاسعة عشر، بينما في الطريقة التقليدية يُلاحظ بأن النتائج تبتعد عن القيم الحقيقية كلما استمرت خطوات الحل.

مثال (2) لحل المعادلات المتباعدة (divergent equations) التي لا يمكن حلها بالطريقة التقليدية.

$$2X_1 - 5X_2 + 4X_3 = 81 \ldots (1)$$
$$X_1 + 5X_2 - 6X_3 = -77 \ldots (2)$$
$$4X_2 + 5X_3 = 30 \ldots (3)$$

عندما يتم حل المعادلات بحسب الطريقة التقليدية لإيجاد قيم المتغيرات كالتالي:

No.	X_1	€$_1$%	X_2	€$_2$%	X_3	€$_3$%
0.	10	-----	10	-----	10	----
.1	40.5	100	-23.5	100	24.8	100
.2	-67.85	159.69	27.93	184.138	-16.345	251.728
.3	143.015	147.44	-63.617	143.903	56.893	128.729
.4	-232.329	161.55	99.337	164.041	-73.47	177.437
.5	435.782	153.31	-190.721	152.084	158.576	146.331
.6	-753.455	157.83	325.582	158.578	-254.466	162.317
.7	1363.387	155.26	-593.437	154.863	480.749	152.931
.8	-2404.591	156.69	1042.416	156.928	-827.933	158.066
.9	4302.406	155.88	-1869.368	155.762	1501.52	155.139
.10	-7636.043	156.34	3313.575	156.415	-2644.906	156.77
.11	13614.392	156.08	-5912.064	156.047	4735.732	155.849

وكما نرى من خلال حل المثال فأن نسبة الخطأ عالية جداً ولا نصل للحل الصحيح لأن القيم تتباعد مع الاستمرار في الحل.

إعادة حل المثال بالطريقة المقترحة:

بعد أن يتم تعيين وتقليل نسبة تأثير العنصر الذي يسبب العرقلة والتشويش وحذفه، وهو العنصر X_2 في المعادلة الأولى، ثم اعادة حل المعادلات وكما يلي:

$$X_1 = \frac{1}{3}(4 + 2X_3) \ldots (1)$$

$$X_2 = \frac{1}{9}(-47 - X_1 + X_3) \ldots (2)$$

$$X_3 = \frac{1}{5}(30 - 4X_2) \ldots (3)$$

X1= X2 = X3 = 10

No.	X_1	€$_1$%	X_2	€$_2$%	X_3	€$_2$%
0.	10	----	10	----	10	----
1.	1.333	100	-5.371	100	10.296	100
2.	8.197	83.7379	-4.99	7.6352	9.992	3.0424
3.	7.994	2.5394	-5.001	0.2199	10	0.0799
4.	8	0.075	-5	0.02	10	0
5.	8	0	-5	0	10	0

ويمكن بوضوح مقارنة الفرق في مثل هذا المثال الذي لايمكن حله بالطريقة التقليدية بسبب وجود حالة التباعد (diverge) الموجودة في المعادلات، وكيف أنه تم حل المثال بالطريقة المقترحة حيث وصلت دقة الناتج الى (100%) بعد الخطوة الخامسة، ففي مثل هذه الحالات تكون الطريقة المقترحة ذات فاعلية عالية جداً.

الاستنتاجات:

1- بالطريقة المقترحة يمكن ايجاد الحل للمعادلات الخطية بعدد خطوات أقل وهذا يوفر الوقت والجهد.

2-يمكن وعلى وفق الطريقة المقترحة أيضاً حل معظم الحالات للمعادلات ذات القيم المتباعدة (diverge) والتي من الصعوبة ايجاد حلول لها وفق الطريقة التقليدية.

3-الطريقة المقترحة سهلة التنفيذ والحل.

4-الطريقة المقترحة قد تفتح المجال للباحثين للاستفادة منها لتسهيل وتقليل خطوات الحل في باقي الطرائق الرقمية.

المصادر:

[1] Yousef Saad, 2003. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, Society for Industrial and Applied Mathematics, Second Edition.

[2] V. B. Kumar Vatti1 and T. K. Eneyew, 2011. A Refinement of Gauss-Seidel Method for Solving of Linear System of Equations, Int. J. Contemp. Math. Sciences, 6(3): 117- 121.

[3] R L Burden and J D Faires, 2011. Numerical Analysis. Brooks /Cole Cengage Learning, 9th Edition.

[4] Rao V. Dukkipati, 2010. Numerical Methods. New Age International (P) Limited Publishers, 1st, Edition.

[5] George W. Collins II, 2003. Fundamental Numerical Methods and Data Analysis. Harvard University Press.

[6] Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, 2010. Numerical Methods for Engineers. The McGraw-Hill Companies, USA, sixth edition,. Autar Kaw, 2010. Gauss- Seidel Method. holistic numerical methods institute university of south florida.

[7] K. Sankara Rao, 2012. Numerical Methods for Scientists and Engineers. PHI Learning Private Limited, New Delhi, third edition. Joe D. Hoffman, 2001. Numerical Methods for Engineers and Scientists. Marcel Dekker, Inc., USA, second Edition.

Improvement of the technique for the solution method of Gauss Seidel

Assist. Lecturer Qasim Abbas Dawood

Assistant Lecturer, Institute of Technology, Baghdad, Iraq.

E-mail: **qassim_abbass@yahoo.com**

Received 12/ 10/2016
Accepted 16 /1 /2017

Abstract:

In this paper, a new approach was suggested to the method of Gauss Seidel through the controlling of equations installation before the beginning of the method in the traditional way. New structure of equations occur after the diagnosis of the variable that causes the fluctuation and the slow extract of the results, then eradicating this variable.

This procedure leads to a higher accuracy and less number of steps than the old method.

By using the this proposed method, there will be a possibility of solving many of divergent values equations which cannot be solved by the old style.

Key words: Gauss–Seidel, numerical analysis, algebraic equations